

Лабораторная работа №3

Изучение циклических алгоритмов, операторов цикла, программирование циклического вычислительного процесса

Цели и задачи работы: изучение циклических алгоритмов, операторов цикла, программирование циклического вычислительного процесса.

Задание к работе: Реализовать циклический вычислительный процесс. Самостоятельно решить задачи в соответствии с индивидуальным вариантом.

Задание 1. Вычислить и вывести на экран или в файл в виде таблицы значения функции, заданной графически (см. лабораторная работа № 2, задание 1), на интервале от $X_{нач}$ до $X_{кон}$ с шагом dx . Интервал и шаг задать таким образом, чтобы проверить все ветви программы. Таблица должна иметь заголовок и шапку.

Задание 2. Вычислить и вывести на экран в виде таблицы значения функции, заданной с помощью степенного ряда, на интервале от $X_{нач}$ до $X_{кон}$ с шагом dx с точностью ε . Таблица должна иметь заголовок и шапку. Каждая строка таблицы должна содержать значение аргумента, значение функции и количество просуммированных членов ряда.

Задание 3. Реализовать $a^x \bmod p$ Сравнения по модулю простого числа через теорему Ферма и свойства сравнений.

Литература для реализации заданий 3 - 5: **Рябко, Б. Я. Основы современной криптографии и стеганографии [Текст] : монография / Б. Я. Рябко, А. Н. Фионов. - Москва : Горячая линия-Телеком, 2010. - 232 с.**

(или другие годы издания)

```

import random

number = random.randint(0, 100)

while True:
    answer = input('Угадайте число: ')
    if answer == "" or answer == "exit":
        print("Выход из программы")
        break

    if not answer.isdigit():
        print("Введите правильное число")
        continue

    answer = int(answer)

    if answer == number:
        print('Совершенно верно!')
        break

    elif answer < number:
        print('Загаданное число больше')
    else:
        print('Загаданное число меньше')

```

Угадайте число: ora
 Введите правильное число
 Угадайте число: exit
 Выход из программы

Пример реализации задания 1.

Для решения задачи использована программа, подготовленная в лабораторной работе №2, задание 1 и оператор цикла с предусловием:

```

<Начальное значение>
while <Условие>:
    <Инструкции>
    <Приращение>
[else:
    <Блок, выполняемый, если не использовался break>
]

```

Для обмена с консолью (вывод сообщений и ввод начальных данных) использованы

стандартные процедуры `print()` и `input()`. Результаты работы программы записываются в текстовый файл.

Описание алгоритма

1. Ввести значения переменных X_{beg} , X_{end} , Dx .
2. Присвоить текущему значению X_t начальное значение: $X_t = X_{нач}$.
3. Вычислить значение функции и вывести в виде строки таблицы.
4. Вычислить новое значение аргумента $X_t = X_t + Dx$.
5. Если значение аргумента меньше X_{end} , то перейти к пункту 3.
6. Завершить рисование таблицы и работу программы.

Листинг программы

```
# -*- coding: cp1251 -*-
from math import *
print('Введите Xbeg, Xend и Dx')
xb = float(input('Xbeg='))
xe = float(input('Xend='))
dx = float(input('Dx='))
print("Xbeg={0: 7.2f} Xend={1: 7.2f}".format(xb, xe))
print("  Dx={0: 7.2f}".format(dx))
xt = xb
print("+-----+-----+")
print("I   X       I   Y   I")
```

Результат работы программы

```

Xbeg= -10.00 Xend=  10.00
  Dx=   1.00
+-----+-----+
I   X       I   Y   I
+-----+-----+
I -10.00 I   1.00 I
I  -9.00 I   1.00 I
I  -8.00 I   1.00 I
I  -7.00 I   1.00 I
I  -6.00 I   1.00 I
I  -5.00 I   1.00 I
I  -4.00 I   0.40 I
I  -3.00 I  -0.20 I
I  -2.00 I  -0.80 I
I  -1.00 I  -1.40 I
I   0.00 I  -2.00 I
I   1.00 I  -1.73 I
I   2.00 I   0.00 I
I   3.00 I   1.00 I
I   4.00 I   2.00 I
I   5.00 I   3.73 I
I   6.00 I   4.00 I
I   7.00 I   3.73 I
I   8.00 I   2.00 I
I   9.00 I   2.00 I
I  10.00 I   2.00 I
+-----+-----+
```

Пример реализации задания 2.

Описание алгоритма

1. Ввести значения переменных $X_{нач}$, $X_{кон}$, dx и параметр точности ε .
2. Вывести "шапку" таблицы.
3. Инициировать X_t начальным значением ($X_{нач}$).
3. В цикле по X_t .
4. Инициировать переменную для подсчёта суммы членов ряда и переменную, которая отвечает за номер члена ряда (n).
5. В цикле по an .
6. Вычислить k , элемент ряда an , сумму элементов ряда и номер элемента.
7. Если модуль элемента ряда меньше ε , то прервать цикл (`break`) по an , иначе перейти к п.6.
8. Вывести строки таблицы: значение X_t , вычисленное значение функции и количество просуммированных членов ряда
9. Вычислить новое значение переменной $X_t = X_t + dx$.
10. Если значение аргумента меньше $X_{кон}$, то перейти к пункту 4.
11. Завершить рисование таблицы, и работу программы.

Описание входных и выходных данных

Поскольку тип переменных и точность представления не ограничены условием задачи, то входные переменные ($X_{нач}$, $X_{кон}$, dx и параметр точности ε) и вычисляемые значения аргумента и функции представляются переменными вещественного типа (*float*). Количество членов ряда подсчитывается переменной целого типа (*int*).

Листинг программы

```
# -*- coding: cp1251 -*-
from math import *
print('Введите Xbeg, Xend, Dx и Eps')
xb = float(input('Xbeg='))
xe = float(input('Xend='))
dx = float(input('Dx='))
eps = float(input('Eps='))
print("+-----+-----+-----+")
print("I    X    I    Y    I    N I")
print("+-----+-----+-----+")
xt = xb
while xt <= xe:
    an = xt
    n = 0
    y = an
    while True:
        k = -(xt**2) * (2*n+1) / ((2*n+2) * (2*n+3) **2)
        an = an*k
        y = y + an
        n = n + 1
        if abs(an) < eps:
            break
    print("I{0: 7.2f} I{1: 7.3f} I{2: 4} I".format(xt,y,n))
    xt = xt + dx
print("+-----+-----+-----+")
```

Результат работы программы

```

Xnach=  -4.00  Xkon=   6.00
Dx=    2.00   Eps=   0.00003
+-----+-----+-----+
I   X       I   Y       I   N I
+-----+-----+-----+
I  -4.00 I -1.758 I    8 I
I  -2.00 I -1.605 I    5 I
I   0.00 I  0.000 I    1 I
I   2.00 I  1.605 I    5 I
I   4.00 I  1.758 I    8 I
I   6.00 I  1.425 I   10 I
+-----+-----+-----+

```

Задание №3.1

см. лабораторная работа № 2, задание 1

Задание №3.2

1. $\ln \frac{x+1}{x-1} = 2 \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2 \cdot n + 1) \cdot x^{2 \cdot n + 1}} = 2 \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{3 \cdot x^3} + \frac{1}{5 \cdot x^5} + \dots \right), \quad |x| > 1.$
2. $e^{-x} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot x^n}{n!} = 1 - x + \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} - \dots, \quad |x| < \infty.$
3. $e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots, \quad |x| < \infty.$
4. $\ln(x+1) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot x^{n+1}}{n+1} = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots, \quad -1 < x \leq 1.$
5. $\ln \frac{1+x}{1-x} = 2 \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2 \cdot n + 1}}{2 \cdot n + 1} = 2 \cdot \left(x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \dots \right), \quad |x| < 1.$
6. $\ln(1-x) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n} = -\left(x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \dots \right), \quad -1 \leq x < 1.$
7. $\operatorname{arccot} x = \frac{\pi}{2} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot x^{2 \cdot n + 1}}{2 \cdot n + 1} = \frac{\pi}{2} - x + \frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{5} + \dots, \quad x \leq 1.$
8. $\operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2 \cdot n + 1) \cdot x^{2 \cdot n + 1}} = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{x} + \frac{1}{3 \cdot x^3} - \frac{1}{5 \cdot x^5} + \dots, \quad x > 1.$
9. $\operatorname{arctg} x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot x^{2 \cdot n + 1}}{(2 \cdot n + 1)} = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots, \quad |x| \leq 1.$
10. $\operatorname{Arth} x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2 \cdot n + 1}}{2 \cdot n + 1} = x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + \dots, \quad |x| < 1.$
11. $\operatorname{Arth} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2 \cdot n + 1) \cdot x^{2 \cdot n + 1}} = \frac{1}{x} + \frac{1}{3 \cdot x^3} + \frac{1}{5 \cdot x^5} + \dots, \quad |x| > 1.$
12. $\operatorname{arctg} x = -\frac{\pi}{2} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2 \cdot n + 1) \cdot x^{2 \cdot n + 1}} = -\frac{\pi}{2} - \frac{1}{x} + \frac{1}{3 \cdot x^3} - \frac{1}{5 \cdot x^5} + \dots, \quad x < -1.$

$$13. e^{-x^2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot x^{2 \cdot n}}{n!} = 1 - x^2 + \frac{x^4}{2!} - \frac{x^6}{3!} + \frac{x^8}{4!} - \dots, \quad |x| < \infty.$$

$$14. \cos x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot x^{2 \cdot n}}{(2 \cdot n)!} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots, \quad |x| < \infty.$$

$$15. \frac{\sin x}{x} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot x^{2 \cdot n}}{(2 \cdot n + 1)!} = 1 - \frac{x^2}{3!} + \frac{x^4}{5!} - \frac{x^6}{7!} + \dots, \quad |x| < \infty.$$

$$16. \ln x = 2 \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-1)^{2 \cdot n+1}}{(2 \cdot n + 1) \cdot (x+1)^{2 \cdot n+1}} = 2 \cdot \left(\frac{x-1}{x+1} + \frac{(x-1)^3}{3 \cdot (x+1)^3} + \frac{(x-1)^5}{5 \cdot (x+1)^5} + \dots \right), \quad x > 0.$$

$$17. \ln x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-1)^{n+1}}{(n+1) \cdot (x+1)^{n+1}} = \frac{x-1}{x} + \frac{(x-1)^2}{2 \cdot x^2} + \frac{(x-1)^3}{3 \cdot x^3} + \dots, \quad x > \frac{1}{2}.$$

$$18. \ln x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot (x-1)^{n+1}}{(n+1)} = (x-1) - \frac{(x-1)^2}{2} + \frac{(x-1)^3}{3} - \dots, \quad 0 < x \leq 2.$$

$$19. \arcsin x = x + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2 \cdot n - 1) \cdot x^{2 \cdot n+1}}{2 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 2 \cdot n \cdot (2 \cdot n + 1)} = x + \frac{x^3}{2 \cdot 3} + \frac{1 \cdot 3 \cdot x^5}{2 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot x^7}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot x^9}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 9} + \dots, \quad |x| < 1.$$

$$20. \arccos x = \frac{\pi}{2} - \left(x + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2 \cdot n - 1) \cdot x^{2 \cdot n+1}}{2 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 2 \cdot n \cdot (2 \cdot n + 1)} \right) = \frac{\pi}{2} - \left(x + \frac{x^3}{2 \cdot 3} + \frac{1 \cdot 3 \cdot x^5}{2 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot x^7}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot x^9}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 9} + \dots \right), \quad |x| < 1.$$

$$21. \operatorname{sh} x = \frac{1}{2} \cdot (e^x - e^{-x}) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2 \cdot n+1}}{(2 \cdot n + 1)!} = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^7}{7!} + \dots, \quad [x^2 < \infty].$$

$$22. \operatorname{ch} x = \frac{1}{2} \cdot (e^x + e^{-x}) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2 \cdot n}}{(2 \cdot n)!} = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^6}{6!} + \dots, \quad [x^2 < \infty].$$

$$23. \ln \left(\frac{x+1}{x} \right) = 2 \cdot \left[\frac{1}{2x+1} + \frac{1}{3 \cdot (2x+1)^3} + \frac{1}{5 \cdot (2x+1)^5} + \dots \right] \quad (2x+1)^2 > 1.$$

$$24. (1+x)^{\frac{1}{4}} = 1 + \frac{1}{4} \cdot x - \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{8} \cdot x^2 + \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{7}{12} \cdot x^3 - \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{7}{12} \cdot \frac{11}{16} \cdot x^4 + \dots, \quad |x| \leq 1.$$

$$\mathbf{25.} \quad (1-x)^{\frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2} \cdot x - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot x^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{6} \cdot x^3 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{5}{8} \cdot x^4 - \dots \quad |x| \leq 1.$$

$$\mathbf{26.} \quad (1+x)^{\frac{1}{3}} = 1 - \frac{1}{3} \cdot x + \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{6} \cdot x^2 - \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{7}{9} \cdot x^3 + \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{10}{12} \cdot x^4 - \dots \quad |x| \leq 1$$

$$\mathbf{27.} \quad (1+x)^{-3} = 1 - \frac{1}{1 \cdot 2} (2 \cdot 3 \cdot x - 3 \cdot 4 \cdot x^2 + 4 \cdot 5 \cdot x^3 - 5 \cdot 6 \cdot x^4 + \dots) \quad |x| \leq 1.$$

$$\mathbf{28.} \quad (1-x)^{-4} = \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} (2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot x + 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot x^2 + 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot x^3 + 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot x^4 + \dots) \quad |x| \leq 1.$$

$$\mathbf{29.} \quad (1+x)^{-5} = \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} (2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot x - 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot x^2 + 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot x^3 - 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot x^4 + \dots) \quad |x| \leq 1.$$

$$\mathbf{30.} \quad \sin x = x \cdot \prod_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{x^2}{n^2 \pi^2} \right) = x \cdot \left(1 - \frac{x^2}{\pi^2} \right) \cdot \left(1 - \frac{x^2}{2^2 \pi^2} \right) \cdot \left(1 - \frac{x^2}{3^2 \pi^2} \right) \cdot \dots \quad |x| < \infty.$$